Revista Internacional de
Ingeniería
de Estructuras

Vol.**22, 1** 85-109 (2017)

ANÁLISIS NO LINEAL DINÁMICO DE ESTRUCTURAS CON AISLADORES FPT CON CEINCI-LAB

NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF STRUCTURES WITH FPT ISOLATORS USING CEINCI–LAB

Roberto Aguiar
Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción
Universidad de Fuerzas Amadas ESPE
Av. Gral. Rumiñahui s/n, Valle de los Chillos.
Correo Electrónico: rraguiar@espe.edu.ec

David Mora
Facultad de Ingeniería Civil
Escuela Politécnica Nacional del Ecuador EPN
Ladrón de Guevara E11-253, Quito 170517

Evelyn Tipanluisa
Maestría en Estructuras
Escuela Politécnica Nacional del Ecuador EPN

RESUMEN

En este artículo se presentan varías subrutinas que han sido incorporadas al sistema de computación ***CEINCI-LAB***, para hallar la respuesta no lineal de un marco plano con aisladores de triple péndulo de fricción; considerando para el efecto que la superestructura es deformable.

La no linealidad del aislador se ha considerado mediante un modelo bilineal; y la solución de la ecuación diferencial del movimiento se realiza mediante el Procedimiento de Espacio de Estado.

Palabras Claves: Análisis No lineal; Historia en el tiempo; Espacio-Estado; Aisladores FPT.

ABSTRACT

In this paper it will be presented some subroutines which have been incorporated to ***CEINCI-LAB*** computer system, for finding the nonlinear response of an isolated frame with triple friction pendulum bearings. It was considered for the analysis a deformable superstructure.

The nonlinear behavior of the isolators was considered by a bilinear model and the solution of the equation of motion was found by a state-space approach.

Keyword: Nonlinear analysis; time history analysis; state-space FPT isolators.

Recibido: Noviembre de 2016
Aceptado: Diciembre de 2016

1 INTRODUCCIÓN

Existen dos formas de realizar el análisis no lineal de estructuras con aisladores sísmicos FPT. Para la primera forma de análisis, figura 1 a, se considera que la superestructura se comporta como un cuerpo rígido que solo aporta cargas y que el comportamiento no lineal solo se produce en el sistema de aislación. (Aguiar y Morales, 2016; Aguiar y Leiva, 2017). Para la segunda forma, figura 1 b, se considera que la superestructura si se deforma, es decir no trabaja como cuerpo rígido. En este artículo se presenta, el marco teórico resumido para el análisis mediante esta segunda alternativa.

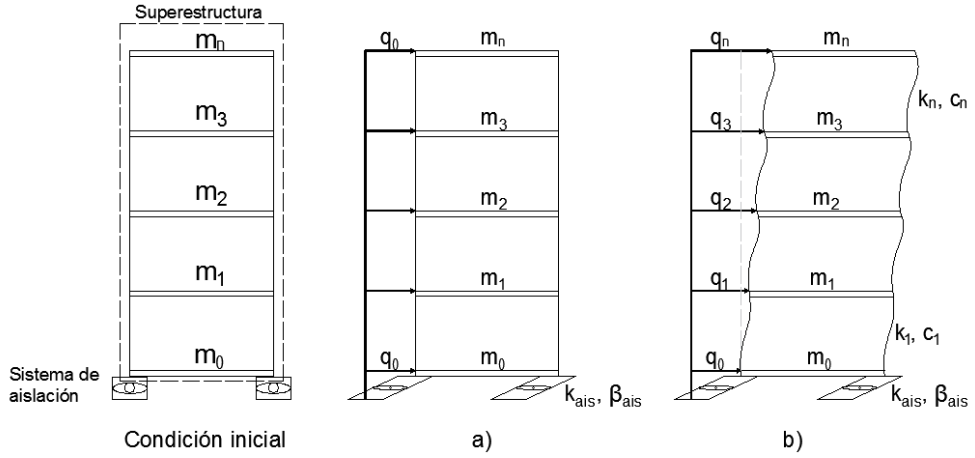


Figura 1 Modelos de análisis no lineal de estructuras aisladas: a) Superestructura rígida, b) Superestructura flexible

2 MARCO TEÓRICO

Para el análisis no lineal del pórtico plano de “n” pisos indicado a la izquierda de la figura 2, se considera un modelo de masas concentradas. Como se puede observar a la derecha. Este modelo considera: que las vigas son axialmente rígidas y el resto de elementos son flexibles, por tanto se tiene un grado de libertad horizontal por piso y dos grados de libertad en cada uno de los nudos (desplazamiento vertical y rotación) mostrados en la parte central; y que las masas son puntuales y se concentran a nivel de cada piso.

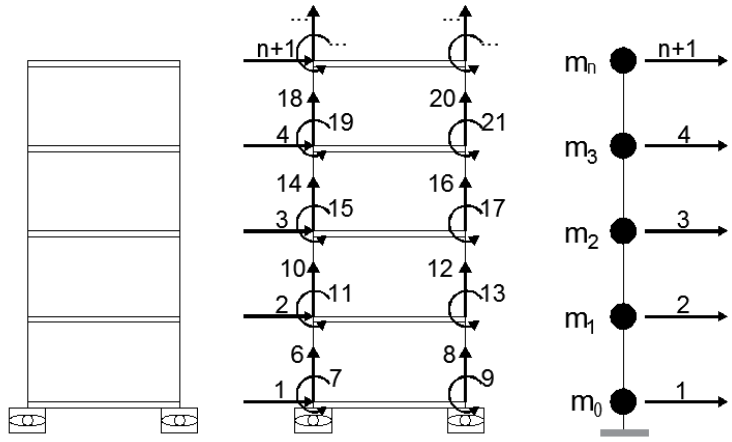


Figura 2 Modelo de masas concentradas de un pórtico plano

El sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento de sistemas de múltiples grados de libertad, como el representado en la figura 2, es el siguiente:

$$\boldsymbol{M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q} \quad \textbf{(1)}$$

Donde: **M** es la matriz de masas (n x n); **K** es la matriz de rigidez dependiente del tiempo (n x n); **C**es la matriz de amortiguamiento (n x n) que va cambiando con el tiempo; **Q** es el vector de cargas generalizadas; $\boldsymbol{\ddot{q}, \dot{q}, q}$ son las vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente

La solución de la ecuación **(1)** puede ser obtenida usando el Método iterativo de la β-Newmark o cualquier otro procedimiento numérico, para resolver las ecuaciones incrementales del movimiento. En este documento se resolverá el sistema de ecuaciones diferenciales del movimiento mediante el planteamiento espacio-estado (Aguiar, 2007). A continuación se indica un breve resumen del procedimiento:

Si se multiplica la ecuación **(1)** por la inversa de la matriz de masas,$\boldsymbol{M^{-1}}$, por la izquierda, se tiene:

$$\boldsymbol{\ddot{q} + M^{-1}C\dot{q} + M^{-1}Kq = M^{-1}Q} \quad \textbf{(2)}$$

Sean:

$$\boldsymbol{\dot{q} - \dot{q} = 0} \quad \textbf{(3)}$$

$$\boldsymbol{X = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix}} \quad \textbf{(4)}$$

Reemplazando las ecuaciones **(3)** y **(4)** en **(2)** resulta:

$$\boldsymbol{\dot{X} = FX + r} \quad \textbf{(5)}$$

Donde:

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M^{-1}K} & -\boldsymbol{M^{-1}C} \end{bmatrix} \quad \textbf{(6)}$$

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{M^{-1}Q} \end{bmatrix} \quad \textbf{(7)}$$

La solución al sistema viene dada por:

$$\boldsymbol{X_{k+1}} = \boldsymbol{AX_k} + \boldsymbol{P_1 r_{k+1}} + \boldsymbol{P_2}(\boldsymbol{r_{k+1}} - \boldsymbol{r_k}) \quad \textbf{(8)}$$

En la ecuación **(8)** el subíndice k, corresponde al instante de tiempo k y el subíndice k+1 al instante de tiempo k+1. Los valores de $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{P_1}, \boldsymbol{P_2}$ se indican en las siguientes ecuaciones:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e^{\Delta t F}} \quad \textbf{(9)}$$

$$\boldsymbol{P_1} = \boldsymbol{F^{-1}}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{I}) \quad \textbf{(10)}$$

$$\boldsymbol{P_2} = \boldsymbol{F^{-1}}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\Delta t}}\boldsymbol{P_1} - \boldsymbol{A}\right) \quad \textbf{(11)}$$

$$\boldsymbol{F^{-1}} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K^{-1}C} & -\boldsymbol{K^{-1}M} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$

En la ecuación **(9)**, Δt es el incremento de tiempo con el que se halla la respuesta en tiempo y que coindice con el incremento de tiempo con el cual se obtuvo el acelerograma. Esto es lo más fácil pero se puede trabajar con dos incrementos de tiempo diferentes, uno para el acelerograma y otro para hallar la respuesta en el tiempo.

Para hallar el vector de estado $\boldsymbol{X}$ en el instante k+1, mediante la ecuación **(8)** se debe conocer el valor de $\boldsymbol{X}$ en el instante k, el valor de la excitación en los instantes k y k+1.

La solución de la ecuación **(5)** es la siguiente:

$$\boldsymbol{X(t)} = \boldsymbol{exp(F\,t)X_0} + \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{exp}[\boldsymbol{F(t-\tau)}]\,\boldsymbol{r(\tau)d(\tau)} \quad \textbf{(12)}$$

Al discretizar la respuesta y considerando un incremento constante de tiempo Δt se puede encontrar la respuesta en un instante $t = (k+1)\Delta t$ en función del valor anterior para $t_0 = k\Delta t$.

$$\boldsymbol{X(k\,\Delta t + \Delta t)} = \boldsymbol{exp(F\,\Delta t)X(k\,\Delta t)} + \int_{\boldsymbol{k\,\Delta t}}^{\boldsymbol{(k+1)\Delta t}} \boldsymbol{exp}\{[\boldsymbol{(k+1)\Delta t - \tau}]\boldsymbol{F}\}\,[\boldsymbol{r(\tau)}]\boldsymbol{d(\tau)}$$

Se considera que la variación de la excitación $\boldsymbol{r}$ entre el instante de tiempo $k\Delta t$ y el instante de tiempo $(k+1)\Delta t$ es lineal. Luego:

$$\boldsymbol{X(k\,\Delta t+\Delta t)=exp(F\,\Delta t)X(k\,\Delta t)+\int_{k\,\Delta t}^{(k+1)\Delta t}exp\{[(k+1)\Delta t-\tau]F\}\,[r(\tau)]d(\tau)}$$

Al sustituir esta variación de $\boldsymbol{r(\tau)}$ en la integral y considerando el siguiente cambio de variable:

$$\boldsymbol{\mu=(k+1)\Delta t-\tau\rightarrow d\mu=-d\tau}$$

Se tiene:

$$\boldsymbol{X(k\,\Delta t+\Delta t)=exp(F\,\Delta t)X(k\,\Delta t)+\int_{0}^{\Delta t}exp(\mu F)\left[(\Delta t-\mu)\frac{r(k\,\Delta t+\Delta t)-r(k\,\Delta t)}{\Delta t}+r(k\,\Delta t)\right]d\mu}$$

La expresión anterior de puede expresar de forma condensada como:

$$\boldsymbol{X(k+1)=AX(k)+P_1r(k+1)+P_2[r(k+1)-r(k)]}$$

Donde como: $\boldsymbol{A, P_1, P_2}$ fueron definidas anteriormente.

El algoritmo de Espacio de Estado puede ser considerado como la generalización de la integral de Duhamel para varios grados de libertad.

El programa ***pse_nl2*** encuentra la respuesta No lineal en el tiempo de un sistema de n grados de libertad ante una acción sísmica definida por el acelerograma.

A continuación se indica el proceso a seguir para el análisis no lineal de un pórtico plano mediante las distintas subrutinas creadas en ***CEINCI-LAB***:

Paso 1:

Se define la geometría de la estructura y los grados de libertad. ***Subrutina: Structure_Geom_2D_v2%Define structure geometry***

Paso 2:

Se definen las cargas gravitatorias sobre los elementos. ***Subrutina: cg_data4***

Paso 3:

Se genera la matriz masas de acuerdo al modelo de masas concentradas indicado en el figura 2. La matriz de masas, M, tendrá una dimensión n x n, donde “n” es el número de pisos o número de grados de libertad horizontales. ***Subrutina: masas***

Paso 4:

Se genera la matriz de rigidez global de la estructura teniendo en cuenta todos los grados de libertad (horizontales, verticales y giros) y la matriz de del aislador FPT mediante las subrutinas: ***krigidez_ASCE41_21*** y ***krigidez_isolator2***, respectivamente. Se ensamblan las matrices mencionadas y se obtiene la matriz de rigidez total.

Paso 5:

Se condensa la matriz de rigidez total a coordenadas laterales y se calcula los valores propios y los modos de vibración. ***Subrutina: K_Modos.***

Paso 6:

Se genera la matriz de amortiguamiento, C, empleando el algoritmo de Wilson y Penzien (1972) de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{C} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{C_i} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{C_i} = \frac{\boldsymbol{2\xi_i W_{ni}}}{\boldsymbol{M_i^*}} (\boldsymbol{M}\, \emptyset_i)(\emptyset_i^2 \boldsymbol{M}) \tag{14}$$

$$\boldsymbol{M_i^*} = \emptyset_i^2 \boldsymbol{M} \emptyset_i \tag{15}$$

Siendo $\emptyset_i$ el modo de vibración i; W_{ni} es la frecuencia natural del modo i; ξ_i es el factor de amortiguamiento del modo i.

Subrutinas: ***amortiguamiento2*** *y* ***Calc_zeta.***

Paso 7:

Para cada instante de tiempo, se encuentra el vector de cargas Q a partir de los datos del acelerograma para el cual se desea realizar el análisis sísmico. ***Subrutina: Mcargas***

Paso 8:

Se halla el vector de estado $\boldsymbol{X_{k+1}}$ que contiene los desplazamientos laterales y las velocidades, $\mathbf{q}_a, \dot{\boldsymbol{q}}_a$ respectivamente. Se halla el vector de desplazamientos y giros q_b mediante $\boldsymbol{q_b} = -\boldsymbol{K_{bb}^{-1} K_{ba}} \mathbf{q}_a$ y por último el vector $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b \end{bmatrix}$. ***Subrutina: psnl2.***

Paso 9:

Se encuentran las fuerzas y momentos en cada uno de los elementos. Para ello, una vez se tienen las deformaciones en coordenadas globales ***p*** se obtienen las acciones en los elementos en coordenadas globales ***PG*** multiplicando la matriz de rigidez de miembro ***k*** (matriz en coordenadas globales) por las deformaciones ***p.***

$$\boldsymbol{PG}^{(i)} = \boldsymbol{k}^{(i)}\boldsymbol{p}^{(i)}$$

Se obtiene los las acciones de los elementos en coordenadas locales, por medio de la matriz de paso,$\boldsymbol{T_{2-3}}$, mediante la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{PL} = \boldsymbol{T_{2-3}}\boldsymbol{PG}$$

Donde: $\boldsymbol{T_{2-3}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{R} \end{bmatrix}$ con $\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{cos} \propto & \boldsymbol{sin} \propto & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{sin} \propto & \boldsymbol{cos} \propto & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix}$, siendo $\propto$ ángulo indicado en la figura 3.

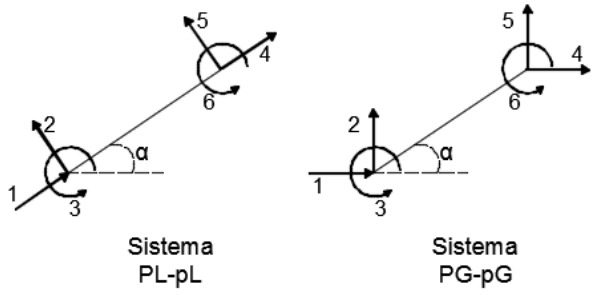


Figura 3 Sistema de coordenadas locales y globales

Paso 10:

Se comparan las acciones de los elementos obtenidas, PL, con las curvas de histéresis de los elementos. En la figura 4 se indica el modelo constitutivo usado para la superestructura (elementos de acero), el cual contempla el efecto Bauschinger y el efecto de endurecimiento por deformación (Aguiar R., Mora D., Rodríguez M., (2015)).

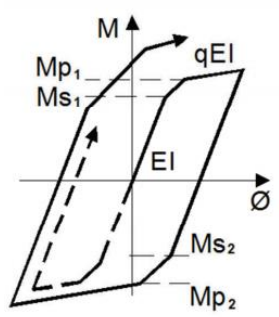


Figura 4 Modelo constitutivo para los elementos de acero

En la figura 5 en línea entrecortada se indica el modelo constitutivo usado para los aisladores triple péndulo de fricción, se trata de una modificación al modelo de las 3 fases presentado por Mcvitty W.J., and Constantinou M.C., (2015). Más adelante se realiza un resumen de la obtención del Modelo de las 3 Fases_Modificado empleado para el análisis no lineal.

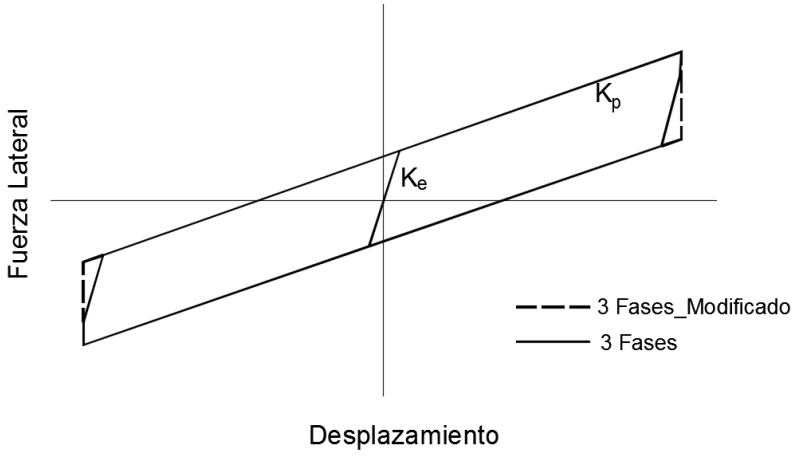


Figura 5 Modelo constitutivo para los aisladores FTP

Paso 11:

Como se puede observar el análisis no lineal de una estructura de múltiple grados de libertad, es mucho más complejo y emplea más tiempo que un análisis lineal pues para cada intervalo de tiempo es necesario resolver un problema estático equivalente: $K(t)\,\Delta x(t) = \Delta PL(t)$, lo que lo vuelve un proceso iterativo, para el cual se repetirán los pasos del 4 al 10

3 SISTEMA DE COMPUTACIÓN CEINCI-LAB

A continuación se indica la forma de trabajar con los programas de ***CEINCI-LAB***, para encontrar la respuesta en el tiempo no lineal de un pórtico plano con aisladores FTP. Las unidades de trabajo, tienen que ser consistentes, se recomienda trabajar en toneladas y metros.

3.1. Definición de las secciones de los elementos: vigas, columnas y aisladores FPT

Como primer paso se deben definir las secciones de los elementos estructurales: vigas, columnas y aisladores sísmicos en el caso de existir. Para la definición de las secciones se deberá indicar un código numérico para el tipo de material y forma de la sección transversal, dichos códigos se indican en la tabla 1.

Tabla 1 Códigos de material y perfiles tipo.

	TIPO DE MATERIAL	**SECCION TRANSVERSAL**					
		Perfil tipo I	**Perfil tipo H**	**Perfil Tubular Rectangular**	**Maciza rectangular**	**Maciza tipo L**	**Maciza tipo T**
HORMIGÓN	**2**	**-**	**-**	**-**	**1**	**1**	**1**
ACERO	**1**	**1**	**2**	**3**	**-**	**-**	**-**
AISLADORES SÍSMICOS FTP	**1.3**	**1**					

3.2. Vigas y columnas de acero

Para definir una sección de acero, sea una viga o columna, se utilizarán los campos indicados en la tabla 2. En la figura 6 se indica las secciones transversales consideradas, con su respectiva nomenclatura.

Tabla 2 Datos para describir una sección de una viga o columna de acero

Nombre de la sección	=	***Tipo de material***	***fy***	***fu***	***Ey***	***Tipo de sección***	***d***	***tw***	***bs***	***bi***	***tfs***	***tfi***
A definir por el usuario	=	Según Tabla 1	Límite elástico del acero	Límite de fluencia del acero	Módulo de Young	Según tabla 1	Alto de la sección	Espesor del alma	Ancho superior de las alas	Ancho inferior de las alas	Espesor superior de las alas	Espesor inferior de las alas

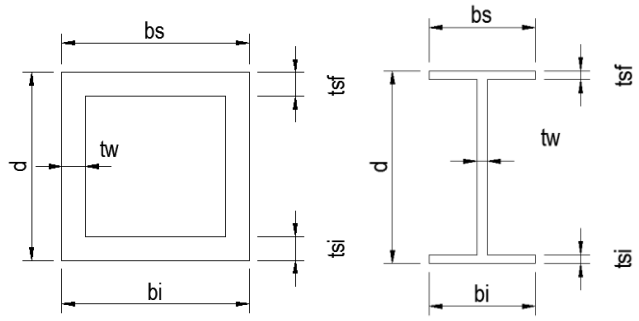


Figura 6 Secciones transversales consideradas, para elementos de acero.

3.3. Vigas y columnas de hormigón

La información para definir las secciones de las vigas y columnas de los elementos de hormigón armado, se indican en la tabla 3 y en la figura 7. De igual manera se indican tres vectores de datos por cada elemento, para el nudo inicial, centro de luz y nudo final.

Tabla 3 Datos para describir una sección de una viga o columna de hormigón

Nombre de la sección	=	Tipo de material	f'c	Ey	fy	Tipo de sección	h	b	bw	tf
A definir por el usuario	=	Según Tabla 1	Resistencia del hormigón	Módulo de Young del acero de refuerzo	Resistencia del acero de refuerzo	Según tabla 1	Alto de la sección	Ancho de la sección	Espesor del alma	Espesor de la alas

d'	As_sup	As_inf	Stirrup separation	Av	As1
Recubrimiento o alto efectivo a compresión	Area de acero superior	Area de acero inferior	Separación de estribos	Area de las ramas de estribos	Area de acero en el medio de la sección en el caso de columnas

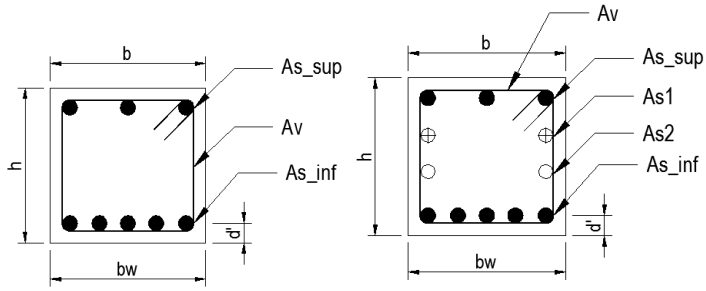


Figura 7 Nomenclatura de vigas (izquierda) y columnas (derecha) de hormigón armado.

3.4. Aisladores de triple péndulo

Los programas de ***CEINCI-LAB*** fueron desarrollados en esta fase de estudio únicamente para aisladores sísmicos tipo Triple Péndulo de Fricción FTP. El aislador sísmico vendrá definido por la información indicada en la tabla 4, donde se ha indicado el significado de las variables a excepción de L_i, L_j que son las distancias desde el centro de gravedad del aislador hasta el punto medio de la viga inferior o superior, como se ilustra en la figura 8.

Tabla 4 Información para los aisladores de triple péndulo de fricción.

Nombre de la sección	=	*Tipo de material*	*Tipo de sección*	*fy*	*qy*	*fu*	*qu*	*Li*	*Lj*	*kv*
A definir por el usuario	=	Según Tabla 1	Según tabla 1	Límite elástico	Desplazamiento elástico	Límite plástico	Desplazamiento asociado al límite plástico			Rigidez vertical del aislador

.

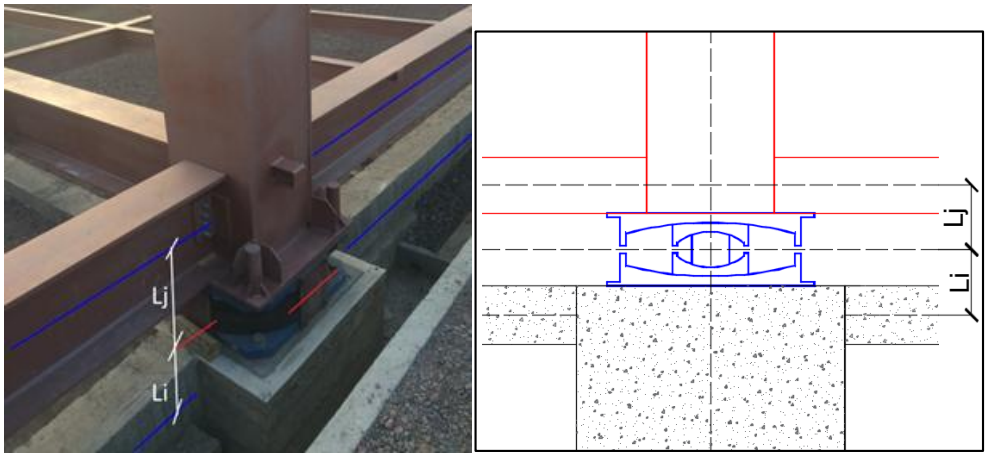


Figura 8 Modelo de un aislador como un elemento corto, de longitud $L_i + L_j$

Sea $\boldsymbol{k}_o$ la matriz de rigidez del elemento aislador y sea $\boldsymbol{k}_3$ la matriz de rigidez en coordenadas globales del elemento aislador, las mismas que se hallan de la siguiente manera:

$$k_o = \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_v \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & l_i & 1 & 0 & l_j \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{k}_3 = \boldsymbol{T}^t \, \boldsymbol{k}_o \, \boldsymbol{T}$$

De tal manera que las distancias l_i, l_j, sirven para hallar la matriz cinemática $\boldsymbol{T}$ y con ella encontrar la matriz de rigidez en coordenadas globales. El significado de las variables de la matriz $\boldsymbol{k}_o$, es el siguiente: k_h es la rigidez horizontal; si se trabaja con las rigideces tangentes, valdrá k_e para el rango elástico y k_p para el rango plástico; en cambio sí se trabaja con la rigidez secante $k_h = k_{ef}$. La rigidez vertical k_v se halla con la siguiente ecuación.

$$A = \frac{\pi\, b_4^2}{4}$$

$$k_v = \frac{E\, A}{H}$$

Donde: b_4 es el diámetro del aislador interior del FPT; E es el módulo de elasticidad del acero; H es la altura total del aislador FPT.

3.5. Asignación de las secciones a los elementos de la estructura

Una vez asignada la numeración a vigas y columnas de la estructura se procede a asignar las secciones antes definidas a cada uno de los elementos. Esta asignación se realiza en “Table1” de la siguiente manera:

Table1 =

Sección en el nudo inicial de elemento 1	Sección en el centro luz de elemento 1	Sección en el nudo final de elemento 1	Elemento 1
....			
Sección en el nudo inicial de elemento n	Sección en el centro luz de elemento n	Sección en el nudo final de elemento n	Elemento n

3.6. Generación de los elementos de la estructura

Para la generación de la matriz de rigidez y del vector de cargas generalizadas los datos que se deben ingresar, se resumen a continuación. Primero se debe indicar el número de pisos np y el número de nudos restringidos nr. Luego para general los elementos se debe crear una matriz con la información indicada en la tabla 5.

Tabla 5 Datos para generar los elementos de un pórtico plano.

GEN	=	N° del elemento	Nudo inicial	Nudo final	N° de elementos a generar	Incremento en la numeración	Incremento de la numeración en el nudo inicial	Incremento de la numeración en el nudo final

Para la creación de las coordenadas de los nudos, la información solicitada se indica en la tabla 6.

Tabla 6 Datos para generar las coordenadas de los nudos.

NODE	=	N° del nudo	Coord. X del nudo inicial	Coord. X del nudo final	N° de nudos a generar	Incremento en la numeración	Incremento de la longitud en X	Incremento de la longitud en Y

3.7. Asignación de carga muerta

Se identifica al elemento cargado y se coloca la carga uniforme distribuida, en un archivo, como se indica en la tabla 7.

Tabla 7 Asignación de carga vertical.

Fm	=	*Nº del elemento cargado*	*Carga distribuida existente actuando sobre el elemento*

3.8. Asignación de carga sísmica

Se cargará el vector que contiene la aceleración del registro para el cual se desea realizar el análisis sísmico y el intervalo de tiempo para el cual se obtuvo el registro.

3.9. Modelo Constitutivo para los aisladores FTP

En la figura 9, se presenta la nomenclatura de un aislador de triple péndulo de fricción, el cual queda definido por doce parámetros geométricos y por cuatro parámetros friccionales. En los casos convencionales: $R_1=R_4 >> R_2=R_3$, $\mu_2=\mu_3<\mu_1=\mu_4$, $d_1=d_4$ y $d_2=d_3$, $h_1=h_4$ y $h_2=h_3$; de esta forma las propiedades geométricas se reducen a seis y las friccionales a dos. Para esta condición, Mc Vitty Y Constantinou (2015) han definido un modelo constitutivo de 3 fases indicado en la Figura 5.

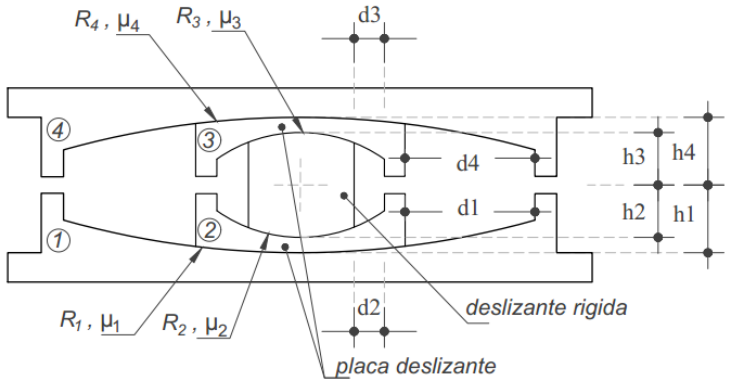


Figura 9 Nomenclatura del aislador de triple péndulo.

Fuente: Fenz y Constantinou (2007)

En el programa de análisis no lineal desarrollado, se considera el diagrama de histéresis 3 Fases_Modificado indicado figura 5 (en línea entrecortada), como que fuera bilineal. Donde el punto de fluencia F_y está definido por la fuerza máxima y desplazamiento máximo de la fase 1 y el punto de máxima fuerza F_u por la máxima fuerza y desplazamiento de la fase 2. De tal manera que las ecuaciones que definen el modelo bilineal, son:

$$q_y = 2\,(\mu_1 - \mu_2)\,R_{2,eff}$$

$$F_y = \frac{W}{2\,R_{2,eff}}\,q + \,\mu_2\,W$$

$$q_u = q_y + 2\,d_1^*$$

$$F_u = \frac{W}{2\,R_{1,eff}}\,(q - u^*) + \,\mu_1\,W$$

$$R_{i,eff} = R_i - h_i \quad \text{Para I de 1 a 4.}$$

$$d_i^* = \frac{R_{i,eff}}{R_i}$$

Donde q_y, F_y, q_u, F_u, son los desplazamientos y fuerzas del punto de fluencia y del punto que se considera de máxima capacidad del aislador. Es importante destacar que la fase 3 no se considera en el estudio y que corresponde al caso de que el aislador interior llega a los topes exteriores, con un mayor desplazamiento lateral; de tal manera que se está trabajando con un modelo conservador debido a que el desplazamiento último se considera el desplazamiento máximo de la fase 2 y no el de la fase 3. Falta indicar que W es el peso total que llega al aislador; q es el desplazamiento.

Con los parámetros anteriores se definen las rigideces elástica y post fluencia , K_e y K_p, respectivamente.

$$K_e = \frac{F_y}{q_y}$$

$$K_p = \frac{F_u - F_y}{q_u - q_y}$$

4 ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS CON AISLADORES FTP

4.1. Descripción del pórtico

Se analiza el pórtico B y el pórtico E, del Bloque Estructural 1, del nuevo Centro de Investigaciones Científicas de la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE. En dicho pórtico se van a colocar sobre los pedestales de los plintos el aislador de triple péndulo de fricción indicado en la figura 10 y sobre los aisladores una losa de aislación de las mismas características de la losa del primer piso. Los coeficientes de fricción para el aislador son: $\mu_1 = \mu_4 = 0.07$; $\mu_2 = \mu_3 = 0.01$.

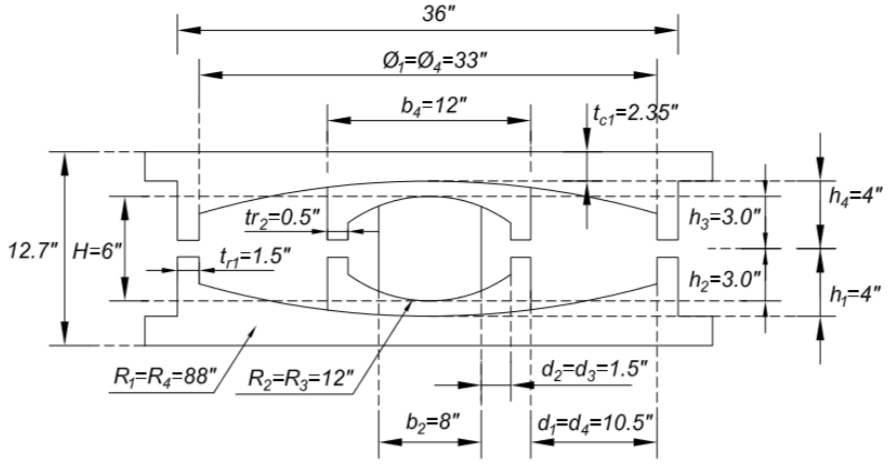
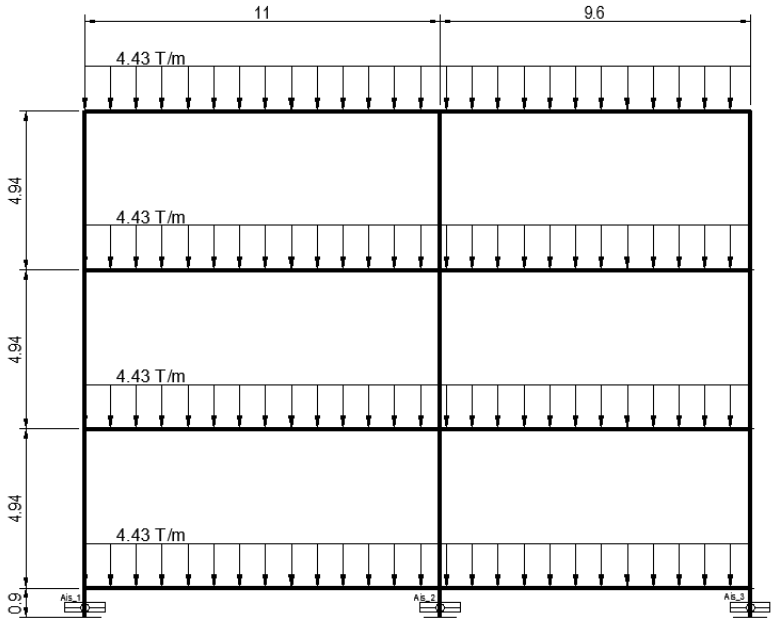


Figura 10 Geometría de aislador de triple péndulo de fricción. FTP8833/12-12/8-6

La carga muerta considerada para el análisis es $D = 0.8\ T/m^2$ y la carga viva $L = 0.25\ T/m^2$. Para el análisis sísmico se considera una carga de $D + 0.25\ L$. En la figura 11 se indica la geometría de los pórticos, con la carga vertical actuante. En la parte inferior de la figura 11 se indica la sección de la columna y viga tipo.

PÓRTICO B



PÓRTICO E

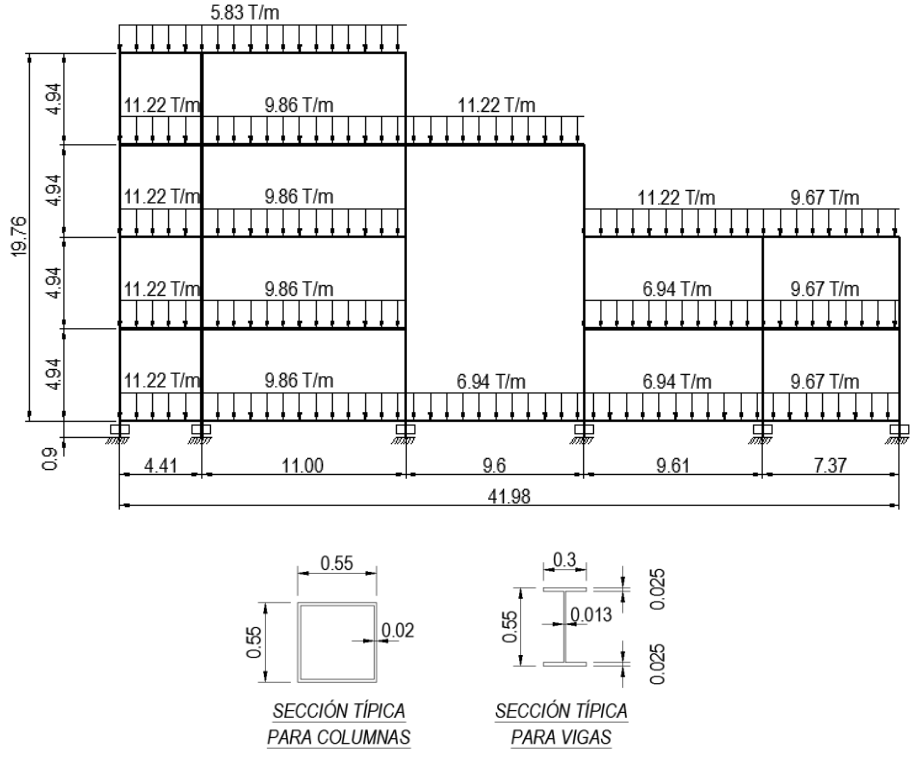


Figura 11 Cargas actuantes en los pórticos con aisladores sísmicos.

La rigidez elástica y de pos fluencia del aislador se calculan con las expresiones indicadas en el la sección 3.9. En la tabla 8 se presenta, la carga vertical total que gravita en cada aislador, las fuerzas y desplazamientos que definen el modelo bilineal indicado en la figura 5 para el pórtico B.

Tabla 8 Carga vertical y valores de fuerza y desplazamiento que definen el modelo bilineal del aislador.

Aislador	W (t)	Fy (t)	qy (m)	Fu (t)	qu (m)
1	97.42	6.8194	0.0275	18.4444174	0.5366
2	182.5	12.775	0.0275	34.5525168	0.5366
3	86.76	6.0732	0.0275	16.4261718	0.5366

4.2. Análisis no lineal

Para el análisis no lineal de historia en el tiempo se considera el acelerograma indicado en el figura 12, correspondiente al registro de Portoviejo para intervalos de tiempo de 0.01s.

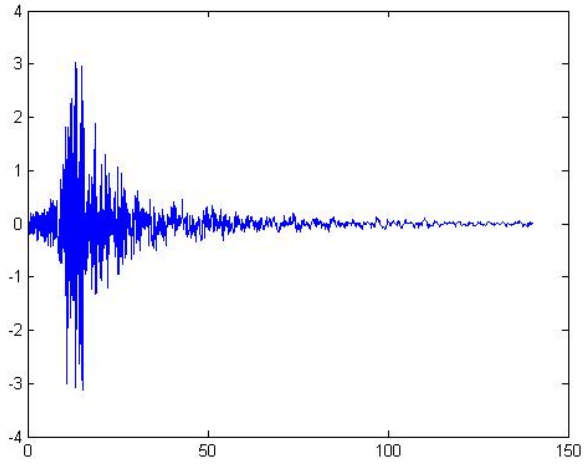
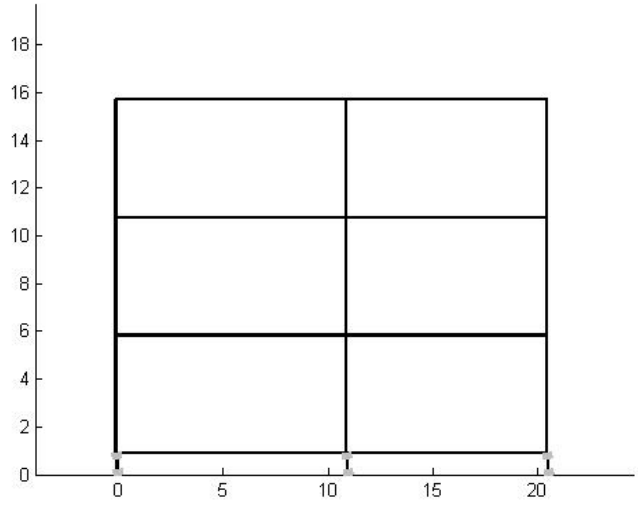


Figura 12 Registro sismo de Portoviejo del terremoto del 16 de abril de 2016

En la figura 13 los cuadros coloreados en gris, significan que los únicos elementos que trabajan en el rango no lineal son los aisladores mientras la superestructura permanece en el rango elástico. Los desplazamientos sufridos por sistema de aislación durante el intervalo de tiempo considerado son indicados en la figura 16.

PÓRTICO B



PÓRTICO E

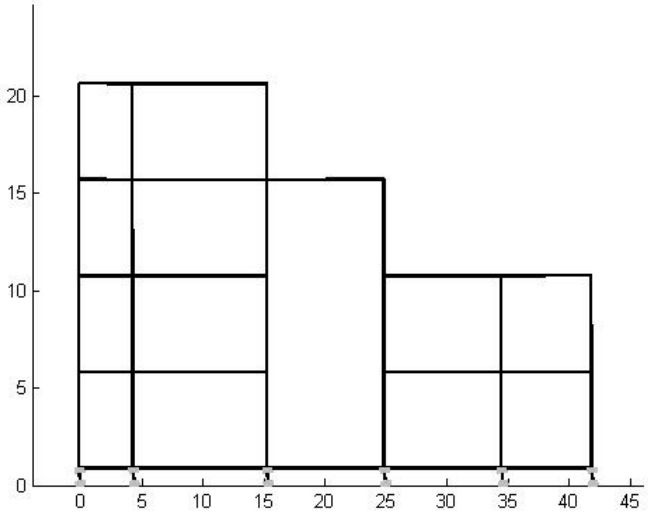


Figura 13 Comportamiento de los pórticos planos ante la carga sísmica

La respuesta en el tiempo del sistema de aislación así como su comportamiento histerético se representan en las figuras 14 y 15 respectivamente.

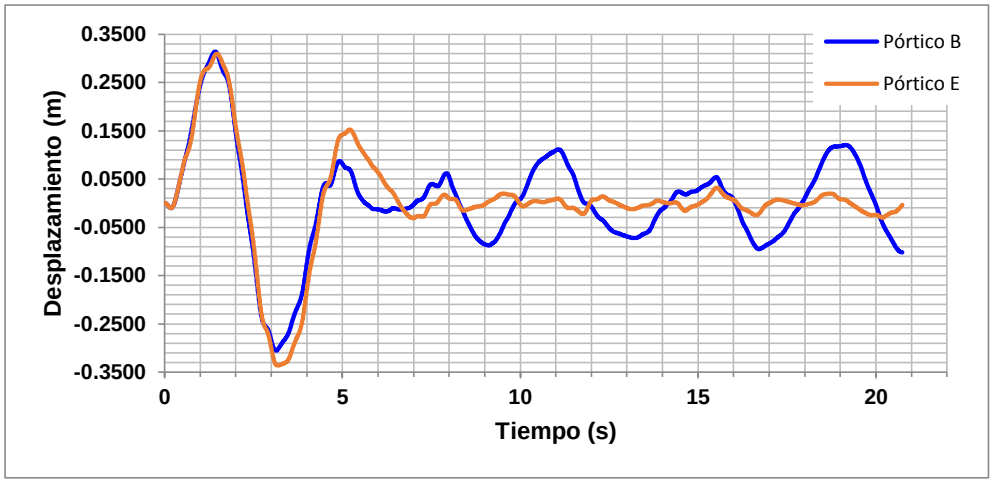


Figura 14 Respuesta en el tiempo del sistema de aislación para los pórticos analizados

PÓRTICO B *PÓRTICO E*

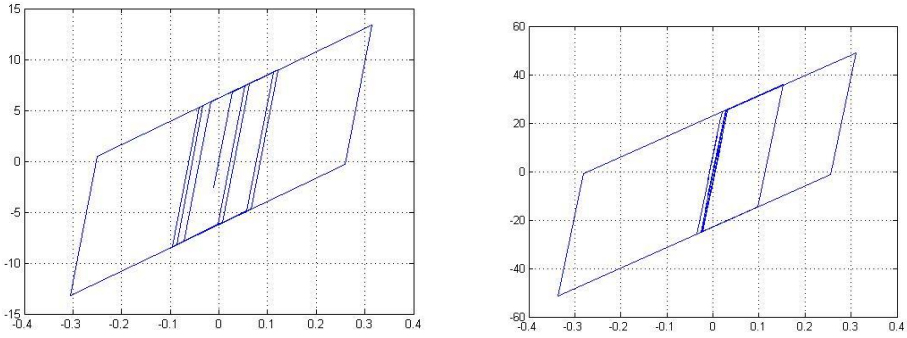


Figura 15 Comportamiento histerético del sistema de aislación de los pórtico analizados

La respuesta para cada instante de tiempo de los grados de libertad del pórtico B y E son los mostrados en las figuras 16 y 17 respectivamente.

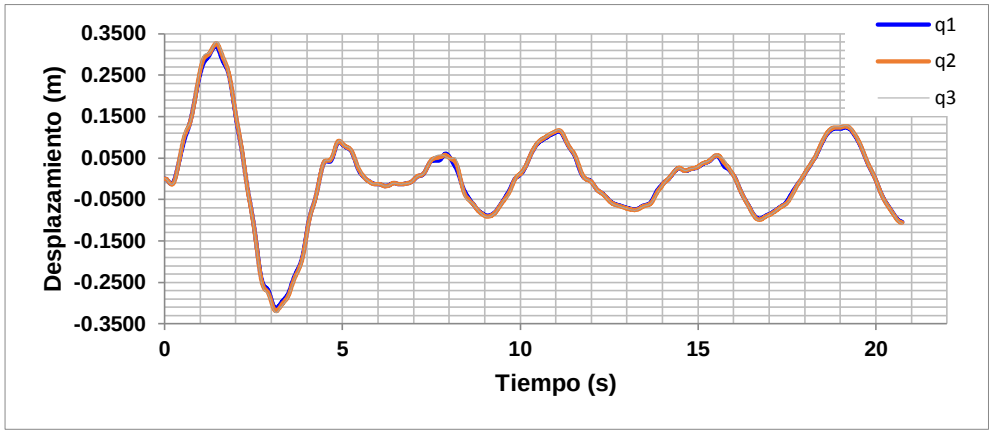


Figura 16 Respuesta en el tiempo por piso del pórtico B

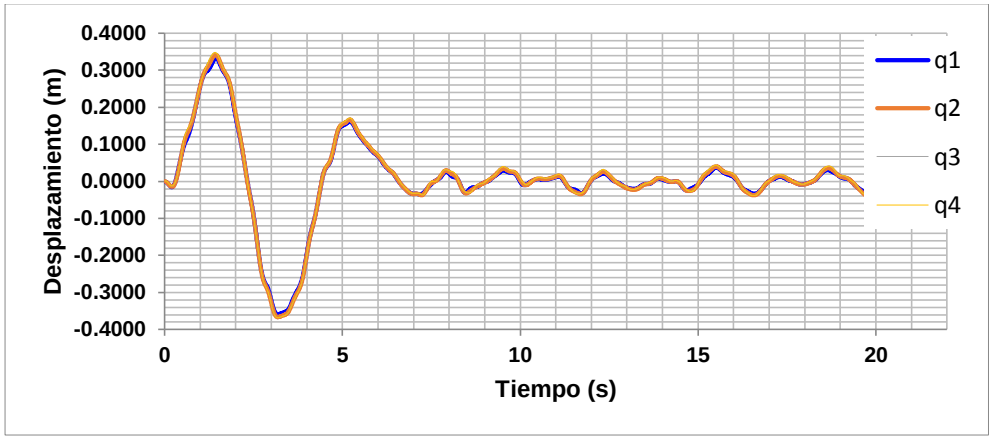


Figura 17 Respuesta en el tiempo por piso del pórtico E

En la Tabla 9 se recopilan los desplazamientos máximos resultantes para cada grado de libertad, los cuales son representados en la figura 18.

Tabla 9 Desplazamientos máximos

PÓRTICO B	
Piso	*Desplazamiento Máximo (m)*
1 (Sistema Aislación)	0.31196478
2	0.319854166
3	0.326369537
4	0.330477331

PÓRTICO E	
Piso	*Desplazamiento Máximo (m)*
1 (Sistema Aislación)	0.336715131
2	0.348615464
3	0.359388748
4	0.366530434
5	0.368233967

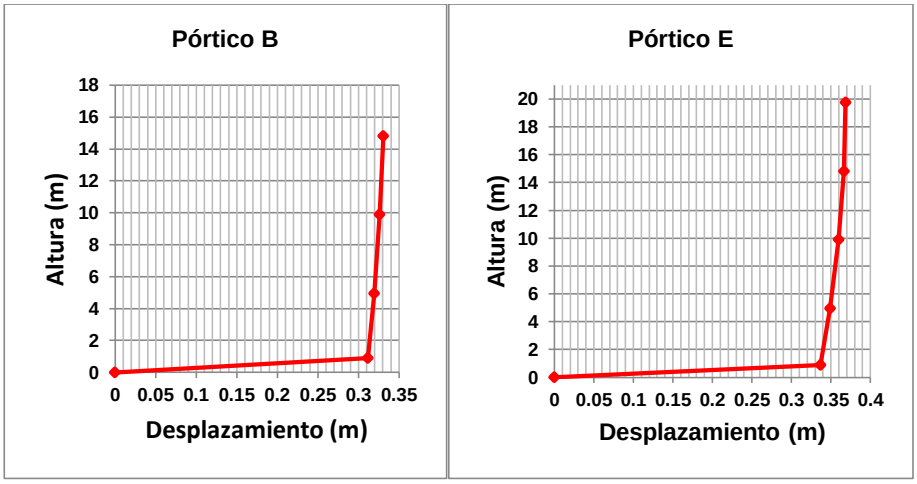


Figura 18 Desplazamientos máximos en los pórticos analizados

5 Uso de CEINCI-LAB

A modo de ejemplo del uso de los programas ***CEINCI-LAB***, en la figura 21 se presenta el programa, con el cual se halla la respuesta no lineal del pórtico B y en figura 19 se indica la numeración de nudos y elementos. Para los nudos se debe numerar primero los restringidos y para los elementos es conveniente que el elemento aislador se numere al final.

Para el análisis sísmico se considera que las vigas son axialmente rígidas, con lo que se tiene un grado de libertad horizontal por piso, los mismos que se numeran primero, como se observa en la figura 20; luego se numeran los restantes grados de libertad. Se halla la matriz de rigidez de la estructura con todos los grados de libertad y se condensa a las coordenadas laterales.

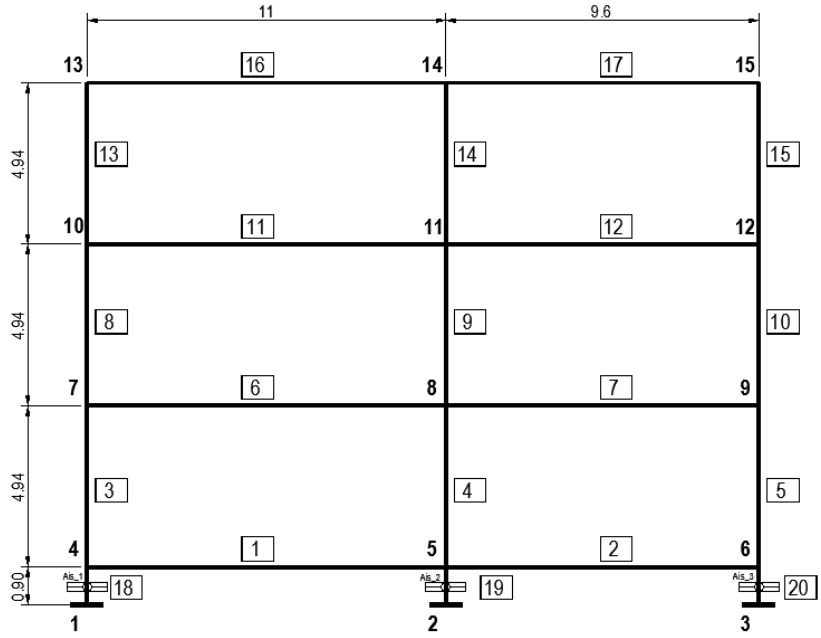


Figura 19 Numeración de nudos y elementos de Pórtico B con aisladores sísmicos.

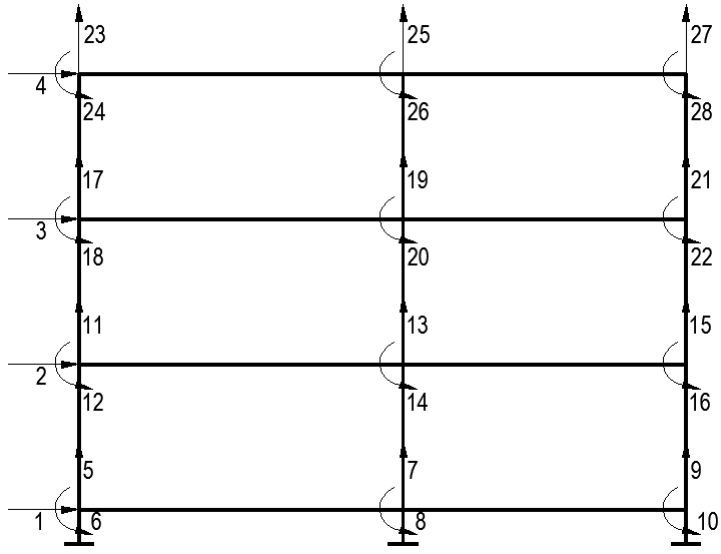


Figura 20 Grados de libertad considerados en el análisis.

- **Listado del programa**

```
%ANÁLISIS NO LINEAL DE HISTORIA EN EL TIEMPO DE PORTICO CON AISLADORES
%TRIPLE PÉNDULO DE FRICCIÓN

% BLOQUE 1 PORTICO B (B1PB)

%NOTA: TODOS LOS VECTORES DE SECCIONES DEBEN SER DE LA MISMA DIMENSIÓN
% PARA COMPLETAR LA DIMENSIÓNS SE PUEDE COMPLETAR CON CEROS
% Unidades: toneladas y metros

clear
set(gcf,'color','w');
Ey=20430000;%Modulo de elasticidad del acero

%---------------DEFINCIÓN DE LAS SECCIONES--------------------------

SecC=[1,35150,0,Ey,3,.55,.02,.55,.55,.02,.02]; %columnas rectangulares tubulares de acero
SecV=[1,35150,0,Ey,1,.55,.0125,.3,.3,.025,.025]; %vigas tipo I de acero
%Isolator: [Material (1.3),Type(1),Fy,qy,Fu,qu,Li,Lj,kv]
SecIs1=[1.3,1,6.8159,0.0275,18.4350,0.5366,.45,.45,4750000,0,0];%aisladores FTP
SecIs2=[1.3,1,12.7701,0.0275,34.5393,0.5366,.45,.45,4750000,0,0];
SecIs3=[1.3,1,5.9542,0.0275,16.1043,0.5366,.45,.45,4750000,0,0];
```

```
%------------------ASIGNACIÓN DE LAS SECCIONES A LOS ELEMENTOS DE LA ESTR.------

Table1=[SecC SecC SecC %Elem1
        SecC SecC SecC %Elem2
        SecC SecC SecC %Elem3
        SecC SecC SecC %Elem4
        SecC SecC SecC %Elem5
        SecC SecC SecC %Elem6
        SecC SecC SecC %Elem7
        SecC SecC SecC %Elem8
        SecC SecC SecC %Elem9
        SecV SecV SecV %Elem10
        SecV SecV SecV %Elem11
        SecV SecV SecV %Elem12
        SecV SecV SecV %Elem13
        SecV SecV SecV %Elem14
        SecV SecV SecV %Elem15
        SecV SecV SecV %Elem16
        SecV SecV SecV %Elem17
        SecIs1 SecIs1 SecIs1 %Elem18
        SecIs2 SecIs2 SecIs2 %Elem19
        SecIs3 SecIs3 SecIs3];%Elem20
```

```
%-----------------------GENERACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCT.--------------------------
np=4;%número de pisos
nr=[1 1 1 1
    2 1 1 1
    3 1 1 1];%número de nudos restringidos

%Generación de los elementos de la estructura
GEN=[1 4 7 2 3 3 3;2 5 8 2 3 3 3;3 6 9 2 3 3 3;
    10 4 5 3 2 3 3;11 5 6 3 2 3 3;
    18 1 4 2 1 1 1];

%Generación de los nudos de la estructura

NODE=[1 0 0 1 1 10.99 0;3 20.59 0 0 0 0 0;%[NUDO, X, Y, NUDOS A CREAR, INCREMENTO # DE NUDO,dX,dY]
       4 0 0.9 3 3 0 4.94;5 10.99 0.9 3 3 0 4.94;6 20.59 0.9 3 3 0 4.94];

%---------------------ASIGNACION DE CARGAS-----------------------------------------------
  Fm=[10 4.43
      11 4.43
      12 4.43
      13 4.43
      14 4.43
      15 4.43
      16 4.43
      17 4.43];
%-------------------------CARGAS SÍSMICAS--------------------------------
load('a_POE')%Registro de acelerograma
p=a_POE*9.81;%m/s2
dt=0.01;%intervalo de tiempo de acelerograma
plot((1:length(p))*dt,p'),input('enter'),close(gcf)
```

Figura 21 Programa utilizado para análisis no lineal de historia en el tiempo.

El mismo procedimiento se realiza para el pórtico E.

6 CONCLUSIONES

En este documento se presenta el uso de las distintas subrutinas desarrolladas en CEINCI-LAB para la obtención de la respuesta no lineal de pórticos planos aislados mediante FPT considerando la superestructura flexible.

Como se puede observar en los resultados de los desplazamientos obtenidos, la diferencia entre el desplazamiento del sistema de aislación y el tope de la estructura no es más 1.5 cm, por tanto se puede concluir que para etapas de prediseño la consideración de superestructura rígida lleva a resultados aceptables.

REFERENCIAS

1. Aguiar R., Leiva P., (2017), “Análisis no lineal del aislador de triple péndulo de fricción mediante el modelo tri-lineal”, *Revista Ciencia,* **19 (1),** 95-120. http://www.revista_ciencia.espe.edu.ec

2. Aguiar R., Morales E. (2016) “Desempeño del aislador fpt8833/12-12/8-6 empleado en la construcción del centro de Investigaciones de UFA-ESPE mediante análisis no lineal”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras,* **21 (1),** 79- 104. http://www.riie.espe.edu.ec

3. Aguiar R., Mora D., Rodríguez M., (2015), “Diagrama Momento-Curvatura y Momento-Rotación para elementos de hormigón armado y acero con ASCE/SEI y sistema de computación ***CEINCI-LAB***” *Revista Ciencia,* **17 (2),** 191-228. http://www.revista_ciencia.espe.edu.ec

4. McVitty W.J., and Constantinou M.C., (2015), “Property Modification Factors for Seismic Isolators: Design Guidance for Buildings”, MCEER Report. 15-0005, 242 p. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, NY, 2015. Available at http://mceer.buffalo.edu/publications/catalog/reports/Property-ModificationFactors-for-Seismic-Isolators-Design-Guidance-for-Buildings-MCEER-15-0005.html

5. Aguiar R., (2014), *Análisis Matricial de Estructuras con* ***CEINCI-LAB,*** Instituto Panamericano de Geografía e Historia, cuarta edición, 676 p., Quito.

6. Aguiar R., (2007), Dinámica de Estructuras con MATLAB, Primera Edición, 292 p. , Quito.